

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	7
AVERTISSEMENT .....	9
INTRODUCTION .....	11

### *Première partie* ÉTAT DES LIEUX

#### *Chapitre I*

<b>L'entrée dans les pratiques des nombres et des systèmes de nombres, au cours des premières années de l'enseignement et ailleurs</b> .....	15
Nos références et le principe de cet ouvrage .....	17
<i>L'analyse préalable</i> d'une question d'enseignement, les pratiques numériques .....	20

#### *Chapitre II*

<b>Pour introduire à la question</b> .....	25
Une observation exemplaire et les questions venues d'une première analyse .....	25
Un petit retour en arrière pour situer le problème .....	29
<i>Le problème porté par la transposition moderniste</i> .....	30
<i>Les commencements de l'enseignement dans la transposition moderniste</i> .....	35
<i>L'énumération, technique de mesurage des collections</i> .....	37
<i>Le problème des ordinaux</i> .....	40
<i>Les ouvrages d'enseignement de la contre-réforme et les débats sur la réintroduction de pratiques numériques dès la maternelle</i> .....	41
Epparition des premières familiarisations avec les pratiques numériques, à l'école maternelle ...	46
Un phénomène et son effet : la primarisation de l'école maternelle et l'anticipation curriculaire .....	50
<i>Plutôt que l'anticipation curriculaire, oser l'entrée dans le monde des écritures symboliques entre GS et CP</i> .....	53
<i>Un bilan rapide des connaissances anciennes sur la cognition numérique</i> .....	55
Les effets néfastes du manque d'un choix de transposition. ....	57

*Deuxième partie*  
ÉTAT DES CONNAISSANCES

## Chapitre III

<b>Les travaux sur la cognition numérique, résultats et débats</b> .....	63
Le problème épistémologique de la cognition numérique .....	63
L'estimation de la numérosité .....	64
De la numérosité aux nombres .....	68
<i>La position anthropologique de Susan Carey</i> .....	70
<i>Lamorçage (bootstrapping), alternative au calibrage?</i> .....	75

## Chapitre IV

<b>Étudier les mathématiques pour représenter le monde et donc, enquêter sur le monde</b> .....	79
Notre premier principe de travail : les mathématiques sont un outil pour représenter le monde (le modéliser) .....	79
Notre deuxième principe de travail : les mathématiques pour comprendre le monde, enquêter sur le monde et sur les techniques mathématiques .....	81
<i>Enquêter sur le monde</i> .....	81
<i>Enquêtes sur quelques techniques mathématiques élémentaires</i> .....	83
<i>Lexécution des soustractions : de l'opération hypothétique à l'algorithme et au répertoire associé</i> .....	84
<i>L'écriture des grands nombres</i> .....	87
<i>Règles de formation des noms des nombres ou numéraux</i> .....	91
<i>En deçà de mille (la classe des unités simples)</i> .....	91
<i>Des milliers aux millions</i> .....	91
<i>Au-delà des millions</i> .....	93
<i>Le problème de « 0 »</i> .....	93
<i>Le formalisme algébrique et ce qu'il peut modéliser</i> .....	95
Pour engager l'étude des usages numériques en première année primaire .....	98

*Troisième partie*

NOS PROPOSITIONS D'ENSEIGNEMENT

## Chapitre V

<b>Travaux en didactique, résultats pour le cycle 1</b> .....	103
Le premier type de problèmes : l'estimation de la numérosité des collections .....	103
<i>Un premier type de techniques pour les problèmes du dénombrement :</i> <i>l'énumération des collections</i> .....	103
<i>Quand le dénombrement par comptage ne réussit pas</i> .....	106
Un parcours pour le cycle 1, balisé par deux grands problèmes : l'énumération et les conditions d'usage des listes .....	109

Les techniques de l'énumération, un grand problème mathématique et une multitude de problèmes pratiques .....	115
Plusieurs types de techniques et leurs situations d'emploi, à explorer à l'articulation cycle 1/cycle 2 et au-delà : écriture canonique des résultats d'énumération .....	118
<i>Les systèmes de numération</i> .....	121
<i>La numérotation fonde les premiers systèmes numériques</i> .....	122

## Chapitre VI

<b>Travaux en didactique, résultats pour le cycle 2</b> .....	127
Deux voies que l'on pourra choisir d'ouvrir par une enquête : les représentations géométriques des nombres et le boulier chinois (suan-pan) .....	127
<i>Les représentations géométriques des nombres entiers</i> .....	127
<i>Le suan-pan</i> .....	138
<i>Le zéro et l'écriture de dix en unités de compte (1 dizaine et 0 unités, ou 10)</i> .....	140
<i>Les systèmes de mesurage traditionnels, les unités de compte et leurs propriétés ergonomiques</i> ....	146
<i>Les systèmes de compte de la monnaie</i> .....	147
<i>Le mesurage des masses par comparaison</i> .....	148
<i>Le mesurage des aires et volumes de solides élémentaires</i> .....	151
Le troisième type de grands problèmes : la numération décimale, ses usages écrits .....	153
Un parcours jalonné au cycle 2 par le développement de plusieurs situations fondamentales imbriquées : quelques éléments des propositions de Guy Brousseau et de ses collaborateurs .....	155
Une suite de situations pour l'enseignement, aujourd'hui : quelques éléments expérimentés dans le cadre du projet ACE .....	161
<i>La première situation choisie : doigts et dés</i> .....	161
<i>Une deuxième situation génératrice : des trains de cubes aux segments</i> .....	166
<i>Le jeu avec les écritures additives</i> .....	167
<i>Le signe d'égalité, marque de l'identité de deux formes symboliques</i> .....	168
<i>La numération décimale de position et l'écriture réduite des nombres, aux fins de comparaison universelle ou de démonstration d'algorithmes de calcul</i> .....	170
<i>Le mesurage des très grandes collections : exemple d'une enquête permettant de poser les problèmes de la désignation des grands nombres</i> .....	177
<i>Le fac-similé de l'article</i> .....	177

## Chapitre VII

<b>La genèse complexe d'un corps de pratiques numériques efficaces</b> .....	183
Une représentation analogique des grandeurs .....	183
La résolution de problèmes et les deux fonctions de modélisation des nombres .....	187
La question des transformations et la question associée des nombres considérés comme opérateurs (additifs) sur l'ensemble des mesures .....	187
La lecture des configurations de points comme désignation d'un nombre .....	191
<i>Les nombres rectangulaires et ceux qui s'y rapportent, les produits</i> .....	191
<i>Une description succincte de la progression des questions proposées à l'école Saint-Charles</i> ....	193
<i>L'espace ouvert des interprétations dans la progression ACE</i> .....	196

Des produits que les nombres rectangles modélisent .....	200
<i>Nombres rectangles et mesure d'aires</i> .....	201
<i>Nombres rectangles et mesures composées</i> .....	202
<i>La balance à nombres</i> .....	203
<i>Les grandeurs composées</i> .....	204
Un grand thème d'enquête scientifique .....	205
CONCLUSION .....	207
ANNEXES .....	223
BIBLIOGRAPHIE .....	229
ENVOI .....	243